

Przykład 3

Obliczenia stalowego dźwigara dachu

Założenia podstawowe (opcjonalne)

RC := 2 **Klasa niezawodności:** 3 - podwyższona, 2- normalna, 1 - obniżona
RC -Reliability Class wg PN-EN1990

$t_d := 50$ **Okres projektowy t_d [lat]**
Okres odniesienia obciążeń zmiennych 50 lat

Lokalizacja Kraków, teren otwarty
Śnieg wg PN-80/B-02010. Wiatr wg PN-77//B-02011

Metoda := 0 **Metoda:** współczynników częściowych wg norm polskich
opcjonalnie: probabilistyczna największej niezawodności

Program komputerowy: Mathcad 11.0 lub Mathcad PLUS 6.0 Professional
z dodatkowo zdefiniowanymi funkcjami:

$\text{sign}(x) \equiv \text{if}(x < 0, -1, 1)$ $\text{hnorm}(x) \equiv \frac{\text{dnorm}(x, 0, 1)}{\text{pnorm}(x, 0, 1)}$ funkcja ryzyka rozkładu normalnego

Iteracje: w kolorze

Sprawdzenia: w ramkach

Elementy bezpieczeństwa

Współczynnik konsekwencji katastrofy $\gamma_n := \text{if}(RC > 2, 1.1, \text{if}(RC < 2, 0.9, 1))$ $\gamma_n = 1$

Ryzyko przekroczeń (normatywne) $\kappa := \text{if}(RC = 1, 0.03, \text{if}(RC = 2, 0.08, 0.20))$ $\kappa = 0.1$

Wskaźnik bezpieczeństwa wg PN-EN-1990 $\beta := \text{if}(RC = 1, 3.3, \text{if}(RC = 2, 3.8, 4.3))$ $\beta = 3.8$

Wymiary konstrukcji [m]

Rozpiętość dźwigara $L := 12.0$

Rozstaw dźwigarów $a_k := 3.0$

Wzniesienie kalenicy nad okapem $h_k := 1.06$

Wzniesienie okapu nad terenem $H_b := 15.0$

Długość budynku $B_b := 30.0$

Schemat statyczny:

Podpory stałe na obu końcach dźwigara przenoszą reakcje poziome na sztywny strop. Przegub w kalenicy. Dźwigar stężony wzdłuż kalenicy

Pochylenie połaci $\alpha_k := \text{atan}\left(\frac{2 \cdot h_k}{L}\right)$ $\alpha_o := \alpha_k \cdot \frac{180}{\pi}$ Długość połaci $l_k := \frac{L}{2 \cdot \cos(\alpha_k)}$

1. Oddziaływania

$$A_I := 20.1 \cdot 10^{-4} \quad I_I := 869 \cdot 10^{-8} \quad E := 205 \cdot 10^6 \quad EI := E \cdot I_I \quad \text{według \#2}$$

#1.1. Działania charakterystyczne wg norm PKN

G - obciążenia stałe

$$g_0 := 77.0 \cdot A_I \text{ kN/m} \quad \text{ciężar własny rygla}$$

$$g_1 := 0.55 \text{ kN/m}^2 \text{ połaci} \quad \text{ciężar pokrycia i stężeń}$$

S - śnieg wg PN-80/B-02010

Warianty działań zmiennych: $v := 0, 1 \dots 2$

$$Q_5 := 0.90 \text{ kN/m}^2 \text{ rzutu} \quad \text{max 5-letnie w strefie śniegowej II wg PN/Tab.}$$

$$Q_k := Q_5 \cdot 1.21 \quad Q_k = 1.089 \quad \text{śnieg maksymalny w okresie odniesienia 50 lat wg Zadania}$$

$$C_1 := 0.8$$

$$C_2 := \text{if} \left(\alpha_o < 15, 0.8, 0.4 \cdot \frac{\alpha_o + 15}{15} \right) \quad C_2 = 0.8 \quad \text{współczynniki kształtu dachu, jeśli } \alpha_o < 30^\circ \text{ m, śnieg na lewej lub prawej połaci wg PN/Zal.}$$

$$m_S := 1.2 \text{ współczynnik korekcyjny, jeśli dach nieocieplony wg PN/p.} \quad m_S = 1.2$$

T - temperatura wg PN-90/B-03200

$$\Delta T_1 := 30 \text{ }^\circ\text{C} \quad \text{w porze letniej} \quad \Delta T_2 := -30 \text{ }^\circ\text{C} \quad \text{w porze zimowej} \quad \Delta T = \begin{pmatrix} 0 \\ 30 \\ -30 \end{pmatrix}$$

Różnica temperatur w stosunku do temperatury scalenia $T_o = 10 \text{ }^\circ\text{C}$ wg PN/p.3.5.1

W - wiatr wg PN-77/B-02011,

$$q_k := 0.25 \text{ kN/m}^2 \text{ połaci} \quad \text{max 50-letnie w strefie wiatrowej I wg PN/Tab.3}$$

$$C_1 := -0.9 \quad C_z := -0.4 \quad \text{wiatr na połać lewą} \quad \text{współczynniki aerodynamiczne } C_z$$

$$C_z := -0.4 \quad C_1 := -0.9 \quad \text{wiatr na połać prawą} \quad \text{jeśli } \alpha_o < 20^\circ \text{ i } H_b < 2 \text{ L wg PN/Z-1-3}$$

$$C_e := \text{if} \left[H_b < 10, 1, 0.8 + 0.02 \cdot (H_b + h_k) \right] \quad C_e = 1.121 \quad \text{współczynnik ekspozycji } C_e \text{ wg PN/Tab.4}$$

jeśli teren A oraz $10 < H_b < 20 \text{ m}$

$$\beta_W := 1.8 \quad \text{współczynnik porywów wiatru } \beta \text{ wg PN/Rys.1, jeśli: budynek niepodatny na dynamiczne działanie wiatru}$$

$$m_W := \text{if} \left[(t_d < 10) \cdot (H_b < 5) \cdot (RC \leq 2), \frac{0.8}{\gamma_n}, 1 \right] \quad m_W = 1 \quad \text{współczynnik korekcyjny wg PN/p.3.2}$$

1.2. Obciążenia dachu [kN]

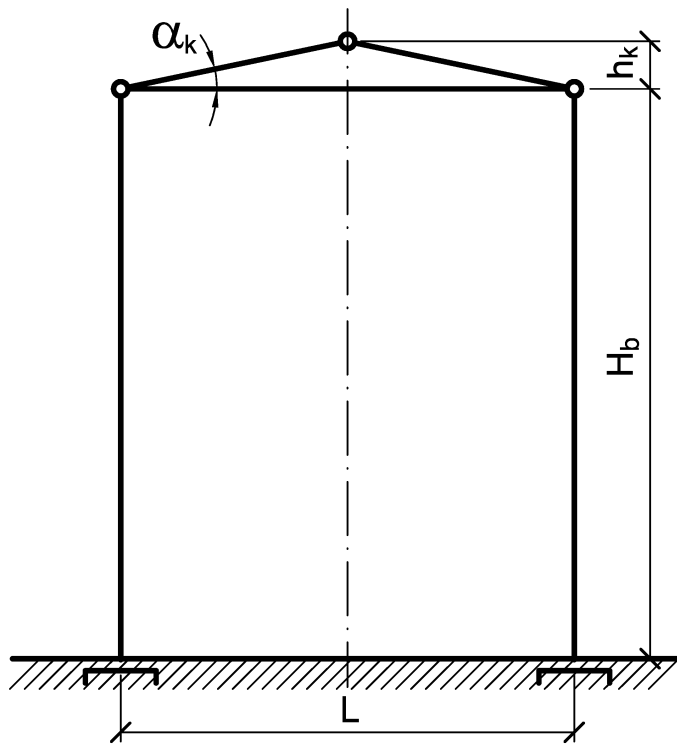
$$G := (g_1 \cdot a_k + g_0) \cdot l_k \quad \text{ciężar stały dachu} \quad f := 0, 1.. 3 \quad G = 10.996$$

$$S := Q_k \cdot m_S \cdot \frac{a_k \cdot L}{2} \quad \text{śnieg w okresie 50 lat bez wsp. kształtu dachu } C_1, C_2 \quad S = 23.522$$

$$W := q_k \cdot m_W \cdot C_e \cdot \beta \cdot a_k \cdot l_k \quad \text{wiatr bez współczynników aerodynamicznych } C_{z,p} \quad W = 19.469$$

$$T := 12 \cdot 10^{-6} \cdot 3 \cdot EI \cdot \cos(\alpha_k) \quad \text{siła na skutek } 30^\circ\text{C różnicy temperatur dźwigara i stropu} \quad T = 0.063$$

$$Q := \begin{pmatrix} S \\ T \\ W \end{pmatrix} \quad \text{wartości charakterystyczne obciążeń } F_f \text{ wg norm PKN} \quad Q = \begin{pmatrix} 23.522 \\ 0.063 \\ 19.469 \end{pmatrix}$$



#1.3. Obliczenia statyczne

Siły wewnętrzne M, N, V (indeksy j= 0, 1, 2) w przekrojach x co 1 m od obciążeń jednostkowych na połąci lewej (indeks p=1) albo prawej (indeksy p=2), pomocnicze dla obliczenia współczynników wpływu

$$x := 3$$

$$\text{Oznaczenia skrócone: } s := \sin(\alpha_k) \quad c := \cos(\alpha_k)$$

a_{j,p} Obciążenia pionowe: 2/L [m⁻¹]

a

$$a_{V1} := \frac{3}{4} \quad a_{H1} := \frac{3s}{4} - \frac{1}{4 \cdot s} \quad a_{V2} := \frac{1}{4} \quad a_{H2} := \frac{s}{4} + \frac{1}{4 \cdot s}$$

reakcje

$$a_{V1} = 0.75 \quad a_{H1} = -1.307$$

$$\mathbf{M} \quad a_{0,1} := a_{V1} \cdot c \cdot x + a_{H1} \cdot x \cdot s - \frac{x^2}{L} \quad a_{0,2} := a_{V2} \cdot x - a_{H2} \cdot x \cdot \frac{s}{c}$$

$$a_{V2} = 0.25 \quad a_{H2} = 1.481$$

$$\mathbf{N} \quad a_{1,1} := -a_{V1} \cdot c \cdot s - a_{H1} \cdot c^2 \quad a_{1,2} := -a_{V2} \cdot c \cdot s - a_{H2} \cdot c^2$$

$$\mathbf{V} \quad a_{2,1} := a_{V1} \cdot c^2 - a_{H1} \cdot c \cdot s \quad a_{2,2} := a_{V2} \cdot c^2 - a_{H2} \cdot c \cdot s$$

$$a = \begin{pmatrix} 0 & 0.784 & -0.035 \\ 0 & 1.138 & -1.479 \\ 0 & 0.951 & -0.011 \end{pmatrix}$$

b_{j,p} Parcie prostopadłe do połąci: 2c/L [m⁻¹]

b

$$b_{H1} := \frac{3 \cdot s}{4} - \frac{1}{4 \cdot s} \quad b_{V1} := \frac{3 \cdot c}{4} \quad b_{H2} := \frac{s}{4} + \frac{1}{4 \cdot s} \quad b_{V2} := \frac{c}{4}$$

$$b_{V1} = 0.739 \quad b_{H1} = -1.307$$

$$\mathbf{M} \quad b_{0,1} := b_{V1} \cdot x + b_{H1} \cdot x \cdot \frac{s}{c} - \frac{x^2}{L \cdot c} \quad b_{0,2} := b_{V2} \cdot x - b_{H2} \cdot x \cdot \frac{s}{c}$$

$$b_{V2} = 0.246 \quad b_{H2} = 1.481$$

$$\mathbf{N} \quad b_{1,1} := -b_{V1} \cdot s - b_{H1} \cdot c \quad b_{1,2} := -b_{V2} \cdot s + b_{H2} \cdot c$$

$$\mathbf{V} \quad b_{2,1} := b_{V1} \cdot c - b_{H1} \cdot s \quad b_{2,2} := b_{V2} \cdot c + b_{H2} \cdot s$$

$$b = \begin{pmatrix} 0 & 0.762 & -0.046 \\ 0 & 1.158 & 1.415 \\ 0 & 0.955 & 0.5 \end{pmatrix}$$

Ugięcia w(ξ) [m] dźwigara na skutek G+S, $\xi = 2x/L$

$$w(\xi) := \frac{L^3}{384 \cdot c^2 \cdot EI} \cdot \left[(2 \cdot \xi^4 - 3 \cdot \xi^3 + \xi) \cdot \left(G + \frac{C_1 + C_2}{2} \cdot S \right) + (4 \cdot \xi^4 - 8 \cdot \xi^3 + 4) \cdot \frac{C_1 - C_2}{2} \cdot S \right]$$

Maximum ugięcia w punkcie dw/dξ=0

$$\xi := 0.422$$

$$\xi := \text{root} \left[(8 \cdot \xi^3 - 9 \cdot \xi^2 + 1) \cdot \left(G + \frac{C_1 + C_2}{2} \cdot S \right) + (16 \cdot \xi^3 - 24 \cdot \xi^2 + 4) \cdot \frac{C_1 - C_2}{2} \cdot S, \xi \right]$$

$$\xi = 0.422$$

$$\text{max}w := w(\xi) \quad \text{max}w = 0.02$$

Macierze wpływu c_{jv} obciążeń $F = G, Sn, W, T$ na oddziaływania M, N, V (wiersze $j = 0, 1, 2$); każde F w wariantach $v = 0, 1, 2$ (kolumny), obliczona jako superpozycja oddziaływań na skutek obciążeń lewej i prawej połąci

Wiersze M, N, V $j := 0, 1.. 2$

Kolumny - warianty $v := 0, 1.. 2$

$$\mathbf{c}_G \quad c_{Gj} := \left(\begin{array}{l} a_{0,1} + a_{0,2} \\ a_{1,1} + a_{1,2} \\ a_{2,1} + a_{2,2} \end{array} \right) \quad \begin{array}{l} \text{współczynniki obciążenia } g_{\text{sup}}, g_{\text{inf}} \\ \text{określają warianty } G_v \end{array} \quad c_{Gj} = \left(\begin{array}{l} 0.749 \\ -0.34 \\ 0.94 \end{array} \right)$$

$$\gamma_{Gv} := \text{if } \left[\text{Metoda} = 0, \left(\begin{array}{l} 1 \\ 1.191 \\ 0.9 \end{array} \right), \left(\begin{array}{l} 1 \\ 1 \\ 1 \end{array} \right) \right] \text{ wg \#3.1} \quad c_{Gj,v} := c_{Gj} \cdot \gamma_{Gv} \quad c_{jv_0} := c_G$$

$$\mathbf{c}_S \quad c_{jv_1} := \left(\begin{array}{l} 0 \quad C_1 \cdot a_{0,1} + C_2 \cdot a_{0,2} \quad C_2 \cdot a_{0,1} + C_1 \cdot a_{0,2} \\ 0 \quad C_1 \cdot a_{1,1} + C_2 \cdot a_{1,2} \quad C_2 \cdot a_{1,1} + C_1 \cdot a_{1,2} \\ 0 \quad C_1 \cdot a_{2,1} + C_2 \cdot a_{2,2} \quad C_2 \cdot a_{2,1} + C_1 \cdot a_{2,2} \end{array} \right) \quad \gamma_{Gv} = \left(\begin{array}{l} 1 \\ 1.191 \\ 0.9 \end{array} \right)$$

$$\mathbf{c}_T \quad c_{jv_2} := \left(\begin{array}{l} 0 \quad -x \cdot \frac{s}{c} \quad x \cdot \frac{s}{c} \\ 0 \quad -c \quad c \\ 0 \quad -s \quad s \end{array} \right) \quad c_{jv_0} = \left(\begin{array}{l} 0.749 \quad 0.892 \quad 0.674 \\ -0.34 \quad -0.405 \quad -0.306 \\ 0.94 \quad 1.119 \quad 0.846 \end{array} \right)$$

$$\mathbf{c}_W \quad c_{jv_3} := \left(\begin{array}{l} 0 \quad C_1 \cdot b_{0,1} - 0.4 \cdot b_{0,2} \quad -0.4 \cdot b_{0,1} + C_1 \cdot b_{0,2} \\ 0 \quad C_1 \cdot b_{1,1} - 0.4 \cdot b_{1,2} \quad -0.4 \cdot b_{1,1} + C_1 \cdot b_{1,2} \\ 0 \quad C_1 \cdot b_{2,1} - 0.4 \cdot b_{2,2} \quad -0.4 \cdot b_{2,1} + C_1 \cdot b_{2,2} \end{array} \right)$$

$$\mathbf{M} \quad c_{jv_1} = \left(\begin{array}{l} 0 \quad 0.599 \quad 0.599 \\ 0 \quad -0.272 \quad -0.272 \\ 0 \quad 0.752 \quad 0.752 \end{array} \right)$$

$$\mathbf{N} \quad c_{jv_2} = \left(\begin{array}{l} 0 \quad -0.53 \quad 0.53 \\ 0 \quad -0.985 \quad 0.985 \\ 0 \quad -0.174 \quad 0.174 \end{array} \right)$$

$$\mathbf{V} \quad c_{jv_3} = \left(\begin{array}{l} 0 \quad -0.667 \quad -0.263 \\ 0 \quad -1.608 \quad -1.737 \\ 0 \quad -1.059 \quad -0.832 \end{array} \right)$$

#2. Nośność

Przekrój poprzeczny rygla IPE := 160

Wymiary przekroju z tablic W.Bogucki i M.Zyburtowicz, Wydanie VI, Arkady 1996,

$$A_I := 20.1 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$$

$$I_I := 869 \cdot 10^{-8} \text{ m}^4$$

$$S_T := 61.9 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3$$

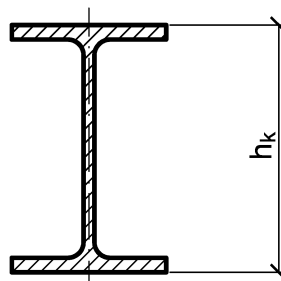
$$h_I := 0.160 \text{ [m]}$$

$$b_I := 0.082 \text{ [m]}$$

$$t_w := 0.005 \text{ [m]}$$

$$t_f := 0.0074 \text{ [m]}$$

$$r_w := 0.009 \text{ [m]}$$



Material Stal St3S wg PN = PN-90/B-03200

$$f_d := \text{if}(t_f < 0.016, 215, 205) \cdot 10^3 \text{ wytrzymałość obliczeniowa } f_d \text{ [kPa] wg PN/Tabl.2} \quad f_d = 2.15 \times 10^5$$

$$f_m := 286 \cdot 10^3 \cdot \exp\left(\frac{-t_f}{600}\right) \text{ granica plastyczności } f_y \text{ [kPa] wg statystyk [JM,1989]} \quad f_m = 2.86 \times 10^5$$

$$v_R := 0.1$$

logarytmiczny współczynnik zmienności nośności przekroju
 $v_R = (v_f^2 + v_A^2)^{-1/2}$

$$\kappa = 0.08$$

$$\gamma_R := 1.323$$

$$\gamma_R := \text{root}\left(\frac{1}{v_R} \cdot \text{hnorm}\left(\frac{\ln(\gamma_R)}{v_R}\right) - \kappa, \gamma_R\right) \text{ współczynnik nośności w Metodzie 1} \quad \frac{f_m}{\gamma_R} = 2.162 \times 10^5$$

$$\gamma_R = 1.323$$

$$f_y := \text{if}\left(\text{Metoda} = 0, f_d, \frac{f_m}{\gamma_R}\right) \quad f_y = 2.15 \times 10^5$$

$$\beta_R := \frac{1}{v_R} \cdot \ln(\gamma_R) \quad \beta_R = 2.797$$

$$E := 205 \cdot 10^6 \text{ współczynnik sprężystości [kPa] średni wg PN/Tabl.1}$$

$$n_w := 2 \text{ parametr imperfekcji krzywej wybozeniowej wg PN/Tabl. 10 i 11}$$

$$c_{mn} := 0.9 \text{ parametr rezerwy plastycznej przekroju dla interakcji M-N wg PN/Tabl.Z4-1}$$

2.3. Cechy przekroju poprzecznego

Klasa przekroju wg PN/tabl.6

$$e_N = -0.23$$

mimośród siły podłużnej $e_N = |M|/N$ [m] - z obliczeń #3

$$\lambda_W := \frac{h_I - 2 \cdot t_f - 2 \cdot r_w}{t_w}$$

smukłość środnika belki

$$\lambda_W = 25.44$$

$$\alpha_e := \frac{1}{2} \cdot 1 - \frac{e_N}{8 \cdot b_I} + \sqrt{1 + \left(\frac{e_N}{8 \cdot b_I}\right)^2}$$

położenie osi obojętnej w stanie granicznym

$$\alpha_e = 1.205$$

$$\varepsilon := \sqrt{\frac{215 \cdot 10^6}{f_y}} \text{ klasa} := \text{if}\left(\lambda_W > \frac{39 \cdot \varepsilon}{\alpha_e}, 3, \text{if}\left(\lambda_W > \frac{33 \cdot \varepsilon}{\alpha_e}, 2, 1\right)\right) \quad \varepsilon = 1$$

$$\text{klasa} = 1$$

Wskaźniki zginania wg PN/Z4-2)

$$W_{el} := I_I \cdot \frac{2}{h_I} \quad W_{pl} := 2 \cdot S_T$$

$$W_{el} = 1.086 \times 10^{-4}$$

$$\alpha_W := \text{if}\left(\text{klasa} < 3, \frac{W_{el} + W_{pl}}{2}, W_{el}\right)$$

$$\alpha_W = 1.162 \times 10^{-4}$$

Przekrój czynny przy scinaniu wg PN/Tabl.7

$$A_V := (h_I - 2 \cdot t_f) \cdot t_w$$

$$A_V = 7.26 \times 10^{-4}$$

Współczynnik wyboczeniowy φ

Sztywność $EI := E \cdot I_I$

$$EI = 1.781 \times 10^3$$

$$l_o := l_k$$

Długość wyboczeniowa

Rygiel stężony w płaszczyźnie połączenia

$$\gamma_m := \text{if}(\text{Metoda} = 0, 1.33, 1) \text{ Współczynnik częściowy siły krytycznej}$$

$$\gamma_m = 1.33$$

$$N_{cr} := \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I_I}{\gamma_m \cdot l_o^2}$$

siła krytyczna [kN]

$$N_{cr} = 356.1$$

$$\Lambda := \sqrt{\frac{A_I \cdot f_y}{N_{cr}}}$$

smukłość względna

$$\Lambda = 1.102$$

$$\varphi := \left(1 + \Lambda^{2 \cdot n_w}\right)^{-\frac{1}{n_w}}$$

współczynnik wyboczeniowy

dla ściskania/rozciągania

$$\varphi := \text{if}(e_N < 0, \varphi, 1) \quad \varphi = 0.636$$

Interakcje M-N-V

$j := 0, 1..2$

$$r_j := \begin{pmatrix} 1 \\ \frac{\alpha W}{\varphi \cdot A_I} \\ \frac{\alpha W}{A_V} \cdot \sqrt{3} \end{pmatrix}$$

Wektor rdzeni przekroju I:

$$r_1 = M_R / N_R -$$

$$r_2 = M_R / V_R$$

$$r_j = \begin{pmatrix} 1 \\ 0.091 \\ 0.277 \end{pmatrix}$$

Współczynniki interakcji M-N wg PN-90/B-03200

$$m_{mn} := \frac{1}{2} \left[1 + \sqrt{1 - \frac{5 \cdot \Lambda^2 \cdot \varphi \cdot e_N \cdot r_{j1}}{(r_{j1} - e_N)^2}} \right]$$

współczynnik efektu M-N ($D > 0$) równoważny
składnikowi poprawkowemu Δ PN/4.6.1wg
Zadania

$$m_{mn} = 1.168$$

$$m_n := \text{if} \left[e_N < 0, \min \left(\left(m_{mn} \frac{1}{0.9} \right), 1 \right) \right]$$

współczynniki redukcji nośności granicznej
na ściskanie m_n

$$m_n = 1.111$$

$$m_m := \text{if} \left[e_N < 0, \min \left(\left(m_{mn} \frac{1}{0.9} \right), \frac{1}{1 - c_{mn}} \right) \right]$$

współczynniki redukcji nośności granicznej
na zginanie m_m

$$m_m = 1.111$$

Macierz interakcji zgodna z PN/Tab.Z4-1

wiersze - oddziaływania M, N, V $j := 0, 1..3$

kolumny - zakresy interakcji $i := 0, 1..5$

Macierz bezwymiarowa

$$m_{ji} := \begin{pmatrix} 1 & m_m & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & m_n & 0 & 1 & \frac{0.9}{0.8} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{0.4}{0.85} & 0 & \frac{0.35}{0.8} & 1 \end{pmatrix}$$

$$m_{ji} = \begin{pmatrix} 1 & 1.111 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1.111 & 0 & 1 & 1.125 & 0 \\ 0 & 0 & 0.471 & 0 & 0.437 & 1 \end{pmatrix}$$

$rm_{ji} := \text{diag}(r_j) \cdot m_{ji}$ - macierz dla przekroju I

$$rm_{ji} = \begin{pmatrix} 1 & 1.111 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0.101 & 0 & 0.091 & 0.102 & 0 \\ 0 & 0 & 0.13 & 0 & 0.121 & 0.277 \end{pmatrix}$$

Nośność dźwigara M_R [MNm] - do porównań z momentem zastępczym $MaxM$

$$M_R := \alpha W \cdot f_y$$

$$M_R = 24.986$$

3. Stany graniczne

3.1. Metoda 0 - Współczynniki częściowe i jednoczesności wg PKN

G Współczynniki obciążenia $v := 0, 1..2 \quad j := 0..2$

$$\gamma_{\text{sup}} := \frac{1.2 \cdot g_1 \cdot a_k + 1.1 \cdot g_0}{g_1 \cdot a_k + g_0} \quad \text{g\k{orny} wsp\k{o}lczynn timer obci\k{az}enia sta\k{lego}$$

$$\gamma_{\text{inf}} := 0.9 \quad \text{dolny wsp\k{o}lczynn timer obci\k{az}enia sta\k{lego}$$

**S
T
W**

$$\gamma_{\text{Gv}} := \begin{pmatrix} 1 \\ \gamma_{\text{sup}} \\ \gamma_{\text{inf}} \end{pmatrix} \quad \text{warianty obci\k{az}e\k{n} sta\k{lych} \quad \gamma_{\text{Gv}} := \begin{pmatrix} 1 \\ 1.191 \\ 0.9 \end{pmatrix} \quad \text{do \#2.3} \quad \gamma_{\text{Gv}} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1.191 \\ 0.9 \end{pmatrix}$$

$$\gamma_{\text{Q}} := \begin{pmatrix} 1.25 \\ 1.1 \\ 1.3 \end{pmatrix} \quad \begin{matrix} f := 1, 2..3 \\ \text{wsp\k{o}lczynn timer obci\k{az}e\k{n} zmiennych wg norm PKN} \end{matrix}$$

$$\gamma_{\text{F}} := \begin{pmatrix} 1 \\ 1.25 \\ 1.1 \\ 1.3 \end{pmatrix}$$

$$Q_d := \overrightarrow{(\gamma_{\text{Q}} \cdot Q)} \quad \text{obliczeniowe obci\k{az}enia zmienn e [kN]}$$

$$F_d := \text{stack}(G, Q_d)$$

Macierz kombinacji wg regu\k{ly} permutacyjnej wg PN-82/B-02000 p.3.2.2

$$\Psi_0 := \begin{pmatrix} 1 & 0.9 & 0.8 \\ 1 & 0.8 & 0.9 \\ 0.9 & 1 & 0.8 \\ 0.8 & 1 & 0.9 \\ 0.9 & 0.8 & 1 \\ 0.8 & 0.9 & 1 \end{pmatrix} \quad \Psi_0 := \text{augment} \left[\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \Psi_0 \right] \quad \begin{matrix} c := 0, 1..5 & f := 0, 1..3 \\ \text{wiersze} & \text{kolumny} \\ \text{kombinacje} & \text{obci\k{az}enia} \end{matrix}$$

$$\Psi_0 = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0.9 & 0.8 \\ 1 & 1 & 0.8 & 0.9 \\ 1 & 0.9 & 1 & 0.8 \\ 1 & 0.8 & 1 & 0.9 \\ 1 & 0.9 & 0.8 & 1 \\ 1 & 0.8 & 0.9 & 1 \end{pmatrix}$$

$$Q_d = \begin{pmatrix} 29.403 \\ 0.069 \\ 25.31 \end{pmatrix}$$

$$F_d = \begin{pmatrix} 10.996 \\ 29.403 \\ 0.069 \\ 25.31 \end{pmatrix}$$

3.2. Metoda 1 - Parametry rozkładu i macierz kombinacji

Parametry rozkładu obciążeń zidentyfikowane na podstawie γ_Q wg norm PKN

G Ciężar:
 $m_1 := 1$ $v_0 := 0.03$ - dźwigara współczynniki centrujące i zmienności wg Zad. 6.1
 $m_0 := 1.05$ $v_1 := 0.05$ - pokrycia

$$m_G := \frac{m_0 \cdot g_0 \cdot a_k + m_1 \cdot g_1}{g_0 \cdot a_k + g_1} \quad v_G := \frac{\sqrt{(m_0 \cdot g_0 \cdot a_k \cdot v_0)^2 + (m_1 \cdot g_1 \cdot v_1)^2}}{(m_0 \cdot g_0 \cdot a_k + m_1 \cdot g_1)} \quad m_G = 1.023 \quad v_G = 0.03$$

S $m_Q := \frac{3 + 0.45 \cdot \gamma_Q}{3.45}$ współczynniki centrujące wg Zad. 6.1 $v_Q := \left(\frac{\gamma_Q - 1}{3 + 0.45 \cdot \gamma_Q} \right)$ współczynniki zmienności wg Zad. 6.1 $m_Q = \begin{pmatrix} 1.033 \\ 1.013 \\ 1.039 \end{pmatrix}$

T $Q_m := \overrightarrow{(m_Q \cdot Q)}$ wartości średnie $\sigma_Q := \overrightarrow{(v_Q \cdot Q_m)}$ odchylenia standardowe $Q_m = \begin{pmatrix} 24.289 \\ 0.064 \\ 20.231 \end{pmatrix}$

W $v := \frac{\sqrt{6}}{\pi} \cdot \overrightarrow{(v_Q \cdot m_Q)}$ współczynniki gumbelowskie wg Zad. 7.3 $\tau := \begin{pmatrix} 1 \\ 0.25 \\ 0.2 \end{pmatrix}$ skale fluktuacji S, T, W, wg Zad. 7.3

$F_m := \text{stack}(G, Q_m)$ obciążenia oczekiwane [kN] $v_F := \text{stack}(v_G, v_Q)$ $v = \begin{pmatrix} 0.056 \\ 0.023 \\ 0.068 \end{pmatrix}$

$\sigma_F := \overrightarrow{(v_F \cdot F_m)}$ odchylenia standardowe

$$v_Q = \begin{pmatrix} 0.07 \\ 0.029 \\ 0.084 \end{pmatrix} \quad \sigma_Q = \begin{pmatrix} 1.705 \\ 1.831 \times 10^{-3} \\ 1.693 \end{pmatrix} \quad \tau = \begin{pmatrix} 1 \\ 0.25 \\ 0.2 \end{pmatrix}$$

$$\sigma_F = \begin{pmatrix} 0.33 \\ 1.705 \\ 1.831 \times 10^{-3} \\ 1.693 \end{pmatrix} \quad F_m = \begin{pmatrix} 10.996 \\ 24.289 \\ 0.064 \\ 20.231 \end{pmatrix} \quad v_F = \begin{pmatrix} 0.03 \\ 0.07 \\ 0.029 \\ 0.084 \end{pmatrix}$$

Macierz kombinacji wg reguły kresu górnego

wiersze $c := 0..2$

kolumny $f := 0..2$

$$\psi_{c,f} := 1 + \text{if} \left(\tau_f > t_d, \nu_f \cdot \ln \left(\frac{t_d}{50} \right), \text{if} \left(\tau_f > \tau_c, \nu_f \cdot \ln \left(\frac{\tau_f}{t_d} \right), \nu_f \cdot \ln \left(\frac{\tau_f}{\tau_c} \right) \right) \right)$$

$$f := 0..3 \quad \psi_1 := \text{augment} \left[\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \psi \right]$$

$$\psi_1 = \begin{pmatrix} G & S & T & W \\ 1 & 1 & 0.969 & 0.891 \\ 1 & 0.779 & 1 & 0.985 \\ 1 & 0.779 & 0.88 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\psi \cdot \text{diag}(m_Q) = \begin{pmatrix} 1.033 & 0.981 & 0.926 \\ 0.804 & 1.013 & 1.023 \\ 0.804 & 0.892 & 1.039 \end{pmatrix}$$

$$\psi F_m := \psi_1 \cdot F_m \quad \sigma_S := |\sigma_F| \quad \sigma_S = 2.425$$

Alternatywne obciążenia reprezentatywne

$$\psi F := \text{if}(\text{Metoda} = 0, \psi_0 \cdot \text{diag}(F_d), \psi_1 \cdot \text{diag}(F_m))$$

$$F_f := \text{if}(\text{Metoda} = 0, F_d, F_m)$$

$$\psi F = \begin{pmatrix} 10.996 & 29.403 & 0.063 & 20.248 \\ 10.996 & 29.403 & 0.056 & 22.779 \\ 10.996 & 26.463 & 0.069 & 20.248 \\ 10.996 & 23.522 & 0.069 & 22.779 \\ 10.996 & 26.463 & 0.056 & 25.31 \\ 10.996 & 23.522 & 0.063 & 25.31 \end{pmatrix}$$

3.3. Ekstremalne warianty obciążenia $v=0..2$ w każdej interakcji $i=0..5$

$$\text{crm}_{v_i} := c_{jv_f}^T \cdot r_{mji} \quad c_{vj_f} := \left(c_{jv_f}^T \right) \quad v := 0, 1..2 \quad j := 0, 1..2 \quad i := 0, 1..5$$

$$\text{maxcrm}_{f_i} := \max \left[\left(\text{crm}_{v_i} \right)^{\langle i \rangle} \right] \quad \text{mincrm}_{f_i} := \min \left[\left(\text{crm}_{v_i} \right)^{\langle i \rangle} \right]$$

$$\text{maxcrm}_{1i} := \text{maxcrm}_{fi} \quad \text{maxcrm}_{1i,1,i} := 0 \quad \text{mincrm}_{1i} := \text{mincrm}_{fi} \quad \text{mincrm}_{1i,1,i} := 0$$

Wykluczenie jednoczesnego sniegu i temperatury w porze letniej

$$\text{maxcrm}_{fi} := \text{if} \left[\max(\text{crm}_{v_i}) = \max \left[\left(\text{crm}_{v_i} \right)^{\langle 1 \rangle} \right], \text{maxcrm}_{1i}, \text{maxcrm}_{fi} \right]$$

$$\text{mincrm}_{fi} := \text{if} \left[\min(\text{crm}_{v_i}) = \min \left[\left(\text{crm}_{v_i} \right)^{\langle 1 \rangle} \right], \text{mincrm}_{1i}, \text{mincrm}_{fi} \right]$$

$$\text{maxcrm}_{fi} = \begin{pmatrix} 0.892 & 0.95 & 1.038 & -0.028 & 0.987 & 0.31 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.53 & 0.688 & 0.553 & 0.09 & 0.652 & 0.048 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\text{mincrm}_{fi} = \begin{pmatrix} 0.674 & 0.718 & 0.785 & -0.037 & 0.746 & 0.235 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -0.53 & -0.688 & -0.553 & -0.09 & -0.652 & -0.048 \\ -0.667 & -0.904 & -0.805 & -0.158 & -0.96 & -0.294 \end{pmatrix}$$

Ekstremalne przypadki obciążenia (spośród kombinacji c i interakcji v)

$$\max M_{ci} := \psi F \cdot \max c_{rmi} f_i$$

$$\min M_{ci} := \psi F \cdot \min c_{rmi} f_i$$

$$\max M_{ci} = \begin{pmatrix} 9.844 & 10.494 & 11.452 & -0.3 & 10.889 & 3.416 \\ 9.84 & 10.489 & 11.448 & -0.301 & 10.885 & 3.416 \\ 9.848 & 10.499 & 11.455 & -0.3 & 10.894 & 3.416 \\ 9.848 & 10.499 & 11.455 & -0.3 & 10.894 & 3.416 \\ 9.84 & 10.489 & 11.448 & -0.301 & 10.885 & 3.416 \\ 9.844 & 10.494 & 11.452 & -0.3 & 10.889 & 3.416 \end{pmatrix}$$

$$\text{MaxM} := \max \left(\begin{pmatrix} \max(\max M_{ci}) \\ -\min(\min M_{ci}) \end{pmatrix} \right) \quad \text{MaxM} = 16.14$$

Macierz momentów zastępczych $k := 5$

$$\text{eff} M_{ci} := \text{if}(\text{MaxM} = \max(\max M_{ci}), \max M_{ci}, -\min M_{ci})$$

$$\text{Max} M_x := \max(\text{eff} M_{ci}) \quad \text{Max} M_x = 16.14$$

$$\text{pozycja w macierzy} \quad c := 5 \quad i := 4 \quad \text{eff} M_{c,i} = 16.14$$

$$\text{MaxM} = \left| \text{eff} M_{c,i} \right| = 1 \quad c_{x_k} := c \quad i_{x_k} := i$$

$$\text{MaxM} = 16.14 \quad \text{dla Max} M_d \text{ albo Max} M_m$$

$$c_x := \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix} \quad i_x := \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 2 \\ 0 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \text{eff} M_x := \begin{pmatrix} 7.34 \\ 4.7 \\ 5.92 \\ 5.94 \\ 10.52 \\ 19.73 \end{pmatrix}$$

$$\text{eff} M_{ci} = \begin{pmatrix} 6.125 & 10.442 & 7.711 & 3.608 & 11.281 & 3.37 \\ 7.81 & 12.724 & 9.745 & 4.007 & 13.706 & 4.113 \\ 6.129 & 10.446 & 7.715 & 3.608 & 11.285 & 3.37 \\ 7.817 & 12.733 & 9.753 & 4.008 & 13.715 & 4.113 \\ 9.498 & 15.011 & 11.783 & 4.407 & 16.136 & 4.856 \\ 9.502 & 15.016 & 11.787 & 4.407 & 16.14 & 4.856 \end{pmatrix}$$

Maksymalny moment zastępczy $\text{Max} M_S$ [kNm] dla $\text{Met} = 1$

$$\gamma_S := 1.42$$

$$v_S := \frac{|\sigma_S|}{\text{MaxM}} \quad \kappa_S := \frac{\gamma_S}{v_S} \cdot \text{hnorm} \left(\frac{\gamma_S - 1}{v_S} \right) \quad \gamma_S := \text{root} \left(\frac{\gamma_S}{v_S} \cdot \text{hnorm} \left(\frac{\gamma_S - 1}{v_S} \right) - \kappa_S, \gamma_S \right) \quad \gamma_S = 1.417$$

$$M_{S1} := \text{MaxM} \cdot \gamma_S \quad M_S := \text{if}(\text{Metoda} = 0, \text{MaxM} \cdot \gamma_n, M_{S1}) \quad v_S = 0.15 \quad M_{S1} = 22.87 \quad \kappa_S = 0.076$$

$$\beta_S := \frac{\gamma_S - 1}{v_S} \quad \beta_1 := \sqrt{\beta_S^2 + \beta_R^2} \quad \beta_1 = 3.94 \quad \beta = 3.8 \quad \beta_1 > \beta = 1 \quad \beta_S = 2.776 \quad M_S = 16.14$$

Mimośród e_N [m]

- do oceny klasy przekroju i efektu M-N

$i = 4$

$$crm_{vf_{v,f}} := (crm_{vi_f})_{v,i}$$

$$effcrm_f := \text{if}(\text{MaxM} = \max(\max M_{ci}), \max(crm_{vf}^{(f)}), -\min(crm_{vf}^{(f)}))$$

$$effcrm_f = \begin{pmatrix} -0.746 \\ 0 \\ 0.652 \\ 0.96 \end{pmatrix}$$

$$v := \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} crm_{vf_{1,0}} \\ crm_{vf_{1,1}} \\ crm_{vf_{0,2}} \\ crm_{vf_{1,3}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -0.987 \\ -0.663 \\ 0 \\ 0.96 \end{pmatrix}$$

$$c_{f0} := \begin{pmatrix} (c_{vj_0})_{1,0} \\ (c_{vj_1})_{1,0} \\ (c_{vj_2})_{0,0} \\ (c_{vj_3})_{1,0} \end{pmatrix} \quad c_{f1} := \begin{pmatrix} (c_{vj_0})_{1,1} \\ (c_{vj_1})_{1,1} \\ (c_{vj_2})_{0,1} \\ (c_{vj_3})_{1,1} \end{pmatrix}$$

$$\psi F = \begin{pmatrix} 10.996 & 29.403 & 0.063 & 20.248 \\ 10.996 & 29.403 & 0.056 & 22.779 \\ 10.996 & 26.463 & 0.069 & 20.248 \\ 10.996 & 23.522 & 0.069 & 22.779 \\ 10.996 & 26.463 & 0.056 & 25.31 \\ 10.996 & 23.522 & 0.063 & 25.31 \end{pmatrix}$$

$$M_k := \psi F \cdot c_{f0}$$

$$N_k := \psi F \cdot c_{f1}$$

$$e_{Nk} := \frac{|M_k|}{N_k}$$

$$e_N \equiv -0.23$$

$$e_{Nk} = \begin{pmatrix} -0.585 \\ -0.537 \\ -0.596 \\ -0.555 \\ -0.503 \\ -0.511 \end{pmatrix}$$

SGU

Metoda 0

Metoda 1

maxw = 0.02 ugięcia

$$\frac{l_k}{250} = 0.024$$

Ugięcia graniczne [m]
wg PN/3.3.2 i 3.3.3:

$$\frac{\max w}{\cos(\alpha_k)} < \frac{l_k}{250} = 1$$

SGN

Metoda 0 $k = 5$ IPE = 160 $M_S = 16.14$ $M_R = 24.99$

Metoda 0 $k := 5$ IPE := 160 $M_S := 19.73$ $M_R := 24.99$ $M_S < M_R = 1$

Mniejszy przekrój nie spełnia wymagań bezpieczeństwa:

$$\text{IPE} := 140 \quad M_S := 17.91 \quad M_R := 17.81 \quad M_S \cdot \gamma_n < M_R = 0$$

Metoda 1 $k := 5$ IPE := 140 $M_S := 17.53$ $M_R := 19.58$ $M_S < M_R = 1$

Mniejszy przekrój nie spełnia wymagań bezpieczeństwa:

$$\text{IPE} := 120 \quad M_S := 15.41 \quad M_R := 13.45 \quad M_S < M_R = 0$$